ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ВЕЛИЧИН.

ВВЕДЕНИЕ. При выполнении расчетов с использованием методов ТФКП, теории упругости и т.д. в ФОРТРАН-программах могут быть использованы комплексные величины. Объектом комплексного типа в ФОРТРАНе могут быть константа, переменная, элемент массива, результат обращения к функции, значение выражения.

Данное комплексного типа представляется парой значений вещественного типа. Первая компонента пары представляет действительную часть, а вторая - мнимую часть комплексного данного. Комплексные константы определяются по форме записи - это пара вещественных констант, разделенных запятой и заключенных в скобки; первая вещественная константа задает действительную часть комплексного числа, вторая - мнимую.

Комплексные переменные, массивы, внешние функции должны быть описаны в операторе описания типа COMPLEX. Например, оператор COMPLEX ZZ, Z1(4,4) описывает комплексную величину ZZ (переменную либо функцию) и двумерный массив Z1 , состоящий из ·16 комплексных элементов.

В ФОРТРАНе имеются встроенные функции, предназначенные для работы с комплексными величинами (ниже в таблице Z - комплексная, а X и Y - вещественные величины):

| Тип функции | Функция | Значение |
|---|---|---|
| комплексный | CMPLX(X,Y) | X+i·Y |
| ----’’---- | CONJG(Z) | X-i·Y |
| ----’’---- | CSIN(Z) | sin(Z) |
| ----’’---- | CCOS(Z) | cos(Z) |
| ----’’---- | CEXP(Z) | exp(Z) |
| ----’’---- | CSQRT(Z) | sqrt( \|Z\| )·exp(i·arg(Z)/2) |
| ----’’---- | CLOG(Z) | ln( \|Z\| ) +i·arg(Z) |
| вещественный | REAL(Z) | Re(Z) |
| ----’’---- | AIMAG(Z) | Im(Z) |
| ----’’---- | CABS(Z) | $\|Z\|=\sqrt{X^2+Y^2}$ |
| ----’’---- | ATAN2(Y,X) | arg(Z)=arctg(Y/X) |

CSQRT(Z) $\sqrt{|Z|}\cdot\exp(i\cdot\arg(Z)/2)$ $-\pi \le \arg(Z) \le \pi$

CLOG(Z) вычисляет главное значение (k=0) функции
$\ln(Z) = \ln(|Z|)+i\cdot(\arg(Z)+2\cdot k\cdot\pi)$
Для вычисления других комплексных функций можно воспользоваться формулами:

$tg(Z) = sin(Z)/cos(Z)$ $arctg(Z) = (1/(2\cdot i)) \cdot \ln((1+i\cdot Z)/(1-i\cdot Z))$

$ctg(Z) = cos(Z)/sin(Z)$ $arcctg(Z) = \pi/2-(1/(2\cdot i)) \cdot \ln((1+i\cdot Z)/(1-i\cdot Z))$

$th(Z) = sh(Z)/ch(Z)$ $arcth(Z) = 0.5\cdot \ln((1+Z)/(1-Z))$

$cth(Z) = ch(Z)/sh(Z)$ $arccth(Z) = 0.5\cdot \ln((Z+1)/(Z-1))$

$sh(Z) = 0.5\cdot(\exp(Z)-\exp(-Z))$ $arcsh(Z) = \ln(Z \pm (Z^{2}+1)^{0.5})$

$ch(Z) = 0.5\cdot(\exp(Z)+\exp(-Z))$ $arcch(Z) = \ln(Z \pm (Z^{2}-1)^{0.5})$

$\arcsin(Z) = \pi/2-i\cdot\ln(Z+(Z^{2}-1)^{0.5})$ $\arccos(Z) = i\cdot\ln(Z \pm (Z^{2}-1)^{0.5})$

Для функций, при вычислении которых используется CLOG(Z), определяются их главные значения.

В арифметическом выражении совместно с комплексными операндами могут быть использованы величины любого типа. При вычислении выражений со смешением типов применяются правила преобразования типов. Так, при выполнении арифметической операции между операндами, один из которых является комплексным, результат будет также комплексным. Запрещены арифметические операции между комплексными величинами и вещественными удвоенной точности. При выполнении оператора присваивания тип вычисленного значения в правой части оператора преобразуется к типу переменной в левой части.

При вводе-выводе комплексных данных необходимо задавать формат как для действительной части, так и для мнимой.

ЗАДАНИЕ 1. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ФУНКЦИЙ. Для восьми значений комплексной переменной Z вычислить комплексные функции:

1) Z, |Z|, agr(Z), Re(Z), Im(Z), sin(Z), cos(Z), exp(Z), sqrt(Z), ln(Z) - для всех вариантов;

2) f1, f2, f3, f4 в соответствии с номером варианта из таблицы:

| n | f1 | f2 | f3 | f4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $Z^{2\cdot i}$ | tg(Z) / th(1+i ) | arctg((2- 0.5·i )·Z) | cos(-2·i ) · ch(Z) |
| 2 | $Z^{1/3}$ | ctg( i ) / cth(Z) | arcctg((0.1+ i )·Z) | sin(0.1·i ) · sh(Z) |
| 3 | $(2+i)^{Z}$ | th(Z) / tg(3- i ) | arcsin((-1- i )·Z) | (2-i) · sh( i·Z) |
| 4 | $(i\cdot Z)^{1/4}$ | (3-0.4·i)· th(Z) | arccos(0.1-0.3·i·Z) | ch((0.2-i)-2·Z) |
| 5 | $(1+Z)^{2\cdot i}$ | cth(0.5·i · (Z+i)) | arcth(Z / (2- i )) | sh((1- i )·(Z+1)) |
| 6 | $(2\cdot i+Z)^{1/Z}$ | th(Z) / th(-i ) | arccth( i / Z) | ch(Z+i ) / sin( i ) |
| 7 | $Z^{i/2}$ | ctg(Z / (2+0.1·i )) | arcsh( i + i / Z) | sh( i -Z)·cos( i ) |
| 8 | $(1+Z)^{1/2}$ | tg(Z / (1+Z)) | arcch(Z / (1+ i )) | sh(Z)·ch(1+Z) |
| 9 | $(i+Z)^{1/2}$ | th((2-i ) · Z) | arctg((2- i )·Z) | sh(Z/(1-i )) |
| 10 | $Z^{1+i}$ | th(Z / (3+ i )) | arcctg(Z·(1-2·i )) | ch(Z·(Z+1)) |
| 11 | $(2\cdot i+Z)^{0.5}$ | th(1+i ) / tg(Z) | arcsin((Z+ i ) / Z) | cos( i )·ch(Z) |
| 12 | $(1-i)^{Z+1}$ | cth(Z) / ctg( i ) | arccos(Z / (Z - i )) | sh( i )·cos(Z) |
| 13 | $2^{1+i+Z}$ | th( i-Z) / ctg( i ) | arcth($Z^{2}$+1) | sh( i )·sin(Z) |
| 14 | $(Z+1)^{Z-i}$ | cth(2·i ) / tg( i·Z) | arccth(Z+Z / i ) | cos(Z+1)/ch(Z) |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | $(-1+i)^{Z}$ | $ctg(1-i)\cdot th(Z)$ | $arcsh(Z/(Z+2))$ | $sin(2-i)\cdot ch(Z)$ |
| 16 | $Z^{-1-i}$ | $th(Z+1)/th(Z+i)$ | $arcch((1-i)/Z)$ | $cos(2-i)\cdot ch(Z)$ |

Значения комплексной переменной $Z_k$ вычислить в соответствии с номером n варианта:

$Z_1 = n$; $Z_2 = 1+ i\cdot n$; $Z_3 = i\cdot n$; $Z\ 4= - n+i$; $Z_5 = - n$; $Z_6 = - n\ /3-i\cdot 2\cdot n\ /6$; $Z_7 = -i\cdot n$; $Z_8 = 2\cdot n\ /3-i\cdot\ 4\cdot n\ /5$

ЗАДАНИЕ 2. КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ. Для области D в плоскости Z построить отображенную функцией W= f(Z) область D* в плоскости W. Для этого:

1. записать уравнения, описывающие границы области D;
2. выбрать (вычислить) на границах области D не менее 20 точек Zк таким образом, чтобы при их обходе область оставалась всегда слева;
3. вычислить точки Wк = f(Zк) области D*;
4. по найденным точкам на миллиметровке построить области D и D*.

Варианты заданий.

| N | D | W |
|---|---|---|
| 1 | $\|Z\| < 1$ | $(Z+2)/(Z+i)$ |
| 2 | $-\pi/2 < Re(Z) < \pi/2$ | $tg(Z)$ |
| 3 | $\|Z\| > 3$ | $(Z+1/Z)/2$ |
| 4 | $-\pi/4 < Im(Z) < \pi/4$ | $th(Z)$ |
| 5 | $\|Z\| < 0.5$ | $(Z+1/Z)/2$ |
| 6 | $0 < \|Z\| < 1,\ 0 < arg(Z) < \pi/3$ | $(Z+1/Z)$ |
| 7 | $\|Z-1\| < 1$ | $1/Z$ |
| 8 | $\|Z\| > 1,\ 0 < arg(Z) < \pi/2$ | $i\cdot ln(Z)$ |
| 9 | $\|Z-2\| > 2$ | $1/(Z-1)$ |
| 10 | $0 < Im(Z) < 2\pi,\ Re(Z) < 0$ | $i\cdot exp(Z)$ |
| 11 | $0 < Im(Z) < \pi$ | $ch(Z)$ |
| 12 | $0 < Re(Z) < \pi/2,\ 0 < Im(Z) < 1$ | $exp(2i\cdot Z)$ |
| 13 | $0 < Re(Z) < \pi/4$ | $ctg(Z)$ |
| 14 | $-\pi < Re(Z) < \pi,\ Im(Z) > 0$ | $sin(Z)$ |
| 15 | $-\pi < Im(Z) < \pi$ | $Z+exp(Z)$ |
| 16 | $Re(Z) > 0,\ -1 < Im(Z) < 0$ | $ch(Z)$ |